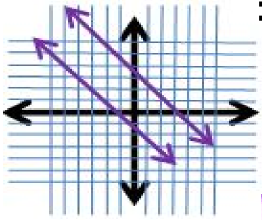
## حل معادلتين من الدرجة الأولي في متغيرين جبريا ً وبيانيا

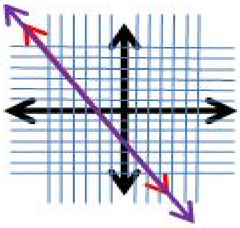
**أولا : الحل البيانى** :معادلة الدرجة الأولي في متغيرين أ س+ ب ص + جـ = ٠ تمثل بخط مستقيم ويكون لها عدد لا نهائى من الحلول على شكل أزواج مرتبة ( س ، ص ) هذه الحلول تحقق المعادلة

وعندما يكون لدينا معادلتين ل١ : أ س+ ب ص + جـ = ٠ ، ل٢ : ء س+ هـ ص + و= ٠

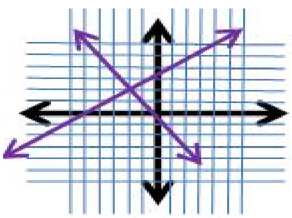
فإن المعادلتين يمثلهما خطان مستقيمان على الشبكة التربيعية وهذان الخطان لهما الأوضاع التالية:



متوازيان : ليس لهما حل



منطبقان : عدد لا نهائي



متقاطعان : حل وحيد

**١- متوازيان :** لا يوجد نقاط مشتركة بين الخطان وبالتالى لا يكون للمعادلتين حلول

م.ح = ∅

**٢- منطبقان :** يوجد عدد لا نهائى من النقاط المشتركة بين الخطان

وبالتالى يكون للمعادلتين عدد لا نهائي من الحلول

م.ح = { ( س ، ص ) : أ س + ب ص + جـ = ٠ }

**٣- متقاطعان فى النقطة ( م ، ن ):** النقطة ( م ، ن ) مشتركة بين الخطان

وبالتالى يكون للمعادلتين حل واحد فقط وهو نقطة التقاطع

م.ح = { ( م ، ن ) }

**ملاحظة هامة :** لمعرفة العلاقة بين المستقيمين الممثلين للمعادلتين ( عدد الحلول )

ل١ : أ س+ ب ص + جـ = ٠ ، ل٢ : ء س+ هـ ص + و= ٠ ( لاحظ لهما نفس ترتيب الحدود )

**١- متوازيان ( عدد الحلول = ٠ ):** $\frac{\text{أ}}{\text{ء}} = \frac{\text{ب}}{\text{هـ}} \neq \frac{\text{جـ}}{\text{و}}$

**٢- منطبقان (عدد الحلول = عدد لا نهائى ) :** $\frac{\text{أ}}{\text{ء}} = \frac{\text{ب}}{\text{هـ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{و}}$

**٣- متقاطعان فى نقطة واحدة (عدد الحلول = ١ ):** $\frac{\text{أ}}{\text{ء}} \neq \frac{\text{ب}}{\text{هـ}} \neq \frac{\text{جـ}}{\text{و}}$

مثال ١ : إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين س + ٤ ص = ٣ ، س + ك ص = ٩ متوازيان فإن ك = .........

الحـــــــــــــــــــــــــــــل

المستقيمان متوازيان فإن $\frac{١}{١} = \frac{٤}{\text{ك}} \neq \frac{٣}{٩}$ ⟵ ك = $\frac{١ \times ٤}{١}$ = ٤

مثال٢ : إذا كان للمعادلتين س + ٤ ص = ٣ ، ٣ س + ك ص = ٩ عدد غير منتهى من الحلول فإن ك = .........

الحـــــــــــــــــــــــــــــل

المستقيمان لهما عدد لا نهائى من الحلول فإن $\frac{١}{٣} = \frac{٤}{\text{ك}} = \frac{٣}{٩}$ ك = $\frac{٣ \times ٤}{١}$ = ١٢

مثال ٣ : إذا كان للمعادلتين س + ٢ ص = ١ ، ٢ س + ك ص = ٢ حل وحيد فإن ك لا يمكن أن تساوى .........

الحـــــــــــــــــــــــــــــل

المستقيمان لهما حل واحد فإن $\frac{١}{٢} \neq \frac{٢}{\text{ك}} \neq \frac{٣}{٩}$ ك ≠ $\frac{٢ \times ٢}{١}$ = ٤

مثال ٤ :عدد حلول المعادلتين س – ٢ ص = ٥ ، ٣ س – ٢ ص = ٧ هو ..................

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــــل

لإيجاد عدد الحلول : نلاحظ أن النسب $\frac{١}{٣} \neq \frac{-٢}{-٢} \neq \frac{٥}{٧}$

أى أن المستقيمان متقاطعان فإنه يوجد حل وحيد

مثال ٥ : عدد حلول المعادلتين س + ٢ ص = ٢ ، س + ٢ ص = ٣ هو ..................

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــــل

لإيجاد عدد الحلول : نلاحظ أن النسب $\frac{١}{١} = \frac{٢}{٢} \neq \frac{٢}{٣}$

أى أن المستقيمان متوازيان فإن عدد الحلول = ٠

مثال ٦ : عدد حلول المعادلتين ٢ س + ص = ٥ ، ٤ س = ١٠ – ٢ ص هو ...............

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــــل

لإيجاد عدد الحلول : نرتب المعادلتين كالاتى ٢ س + ص = ٥ ، ٤ س + ٢ ص = ١٠

ثم نلاحظ أن النسب $\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢} = \frac{٥}{١٠}$

أى أن المستقيمان منطبقان فإن عدد الحلول = عدد لا نهائى

مثال ٧ : مجموعة حل المعادلتين س + ٣ ص = ٤ ، ٣ س + ١٢ ص = ٨ هى .........................

مثال ٨ : مجموعة حل المعادلتين ٣ س + ص = ٤ ، ٦ س + ٢ ص = ٨ هى .........................

مثال ٩ : مجموعة حل المعادلتين س – ٥ = ٠ ، ص + ١ = -٢ هى .................

مثال ١ : مثل بيانيا المستقيمين الممثلين للمعادلتين : س – ص + ٢ =٠ ، ٢ س + ٣ ص = ٦ ثم أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين هذين المستقيمين و محور السينات ؟

| المعادلة الأولي : س – ص + ٢ =٠ | | | | المعادلة الثانية : ٢ س + ٣ ص = ٦ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| س | | | | س | | | |
| ص | ٠ | ١ | ٢ | ص | ٠ | ١ | ٢ |

المستقيمان .........................

عدد الحلول = ...............................

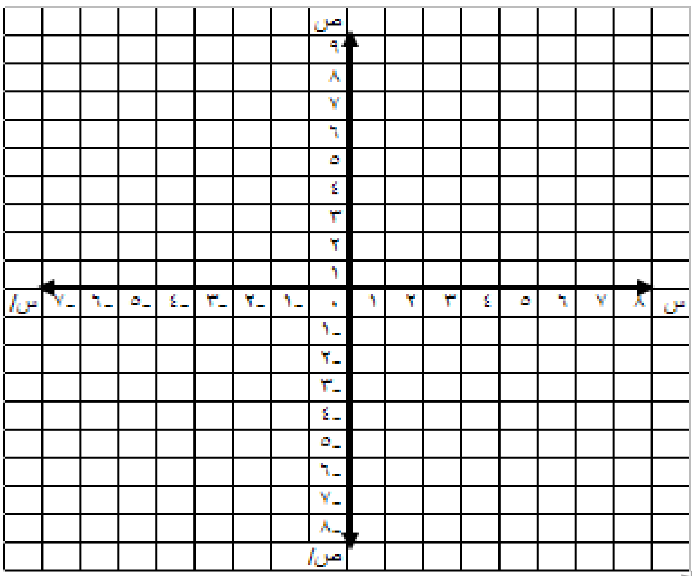
مجموعة حل المعادلتين = ..................................

المنطقة المحصورة بين هذين المستقيمين و محور السينات

تمثل مثلث طول قاعدته ....... وإرتفاعه ............

مساحة المثلث = نصف طول القاعدة × الإرتفاع

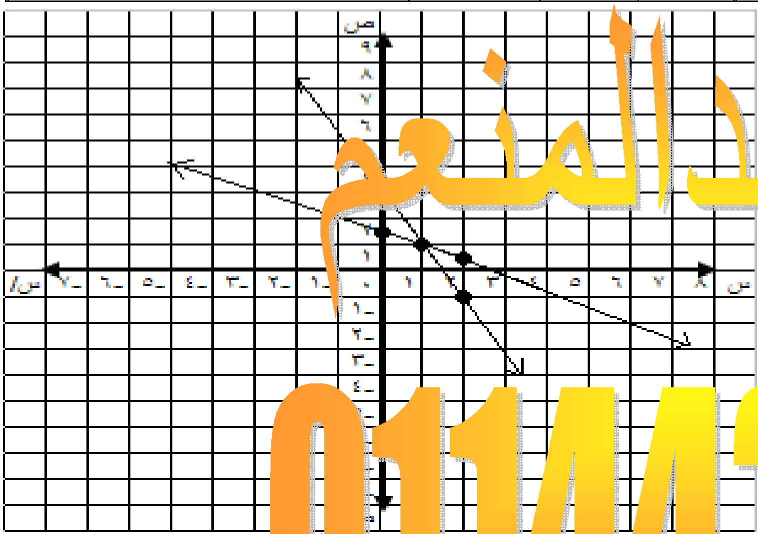
= $\frac{١}{٢}$ × ....... × ........ = ...........



مثال ٢ : حل المعادلتين : س + ٢ ص = ٣ ، ٢س + ص = ٣ بيانياً

| المعادلة الأولى : س + ٢ص = ٣ | | | |
|---|---|---|---|
| س | ٠ | ١ | ٢ |
| ص | | | |

| المعادلة الثانية : ٢س + ص = ٣ | | | |
|---|---|---|---|
| س | ٠ | ١ | ٢ |
| ص | | | |



المستقيمان متقاطعان في النقطة (١ ، ١)

عدد الحلول = ١

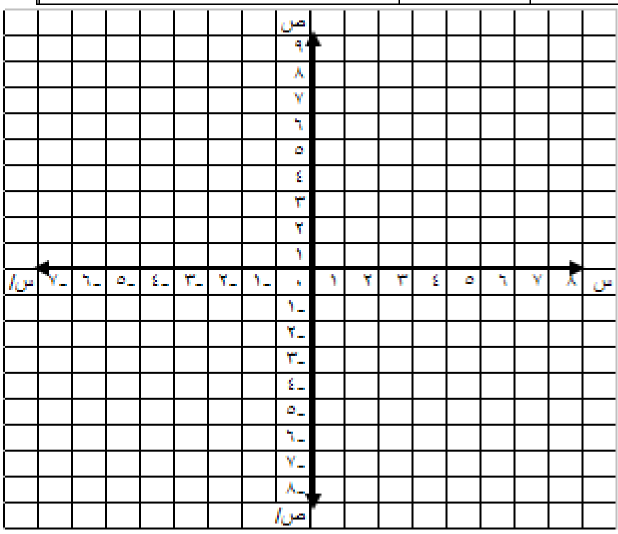
مجموعة حل المعادلتين = {(١ ، ١)}



مثال ٣ : أوجد مجموعة حل المعادلتين : ٢ ص = ٤ س + ١ ، ص – ٢ س = ٥ بيانياً

| المعادلة الأولى : ٢ ص = ٤ س + ١ | | | |
|---|---|---|---|
| س | ٠ | ١ | ٢ |
| ص | | | |

| المعادلة الثانية : ص – ٢ س = ٥ | | | |
|---|---|---|---|
| س | ٠ | ١ | ٢ |
| ص | | | |



المستقيمان ..........................

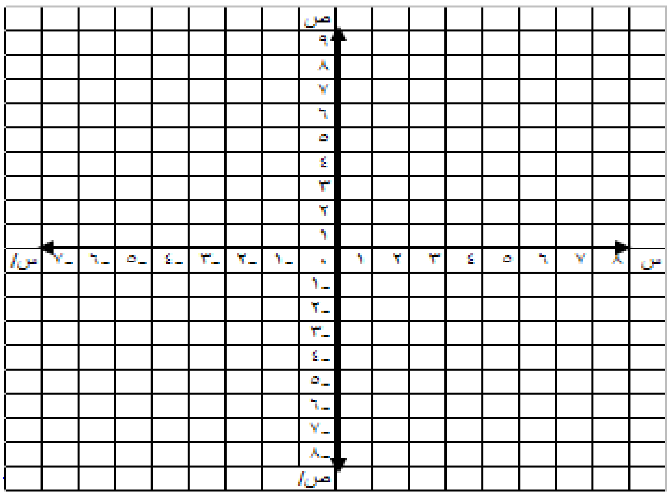
عدد الحلول = ................................

مجموعة حل المعادلتين = ...................................

مثال ٤ : حل المعادلتين : س = ١ – ٢ ص ، ٤ ص = ٢ – ٢ س فى ح × ح بيانياً

| المعادلة الأولى : س = ١ – ٢ ص | | | |
|---|---|---|---|
| س | | | |
| ص | ٠ | ١ | ٢ |

| المعادلة الثانية : ٤ ص = ٢ – ٢ س | | | |
|---|---|---|---|
| س | ٠ | ١ | ٢ |
| ص | | | |



المستقيمان ..........................

عدد الحلول = ................................

مجموعة حل المعادلتين = ...................................

## ثانياً : الحل الجبرى :

**[١] طريقة التعويض**

**مثال ١ : حل المعادلتين الأتيتين فى ح٢ آنياً : س + ص = ٦ ، س – ص = ٢**

**الحــــــــــــــــــــــل**

**من المعادلة الأولى ( نضع مجهول واحد فى طرف واحد ) : س = ٦ – ص ⟵ ( * )**

**بالتعويض في المعادلة الثانية عن قيمة هذا المجهول : ( ٦ – ص ) – ص = ٢**

**نبسط ونحل المعادلة الناتجة : ٦ – ٢ ص = ٢ ⟵ – ٢ ص = ٢ - ٦ ⟵ - ٢ ص = - ٤ ⇦ ص = ٢**

**نعوض في المعادلة ( * ) عن قيمة ( ص = ٢ ) : س = ٦ – ٢ ⇦ س = ٤**

**مجموعة الحل هي : {(٤ ، ٢)}**

**[٢] طريقة الحذف :**

**مثال١ : أوجد مجموعة حل المعادلتين فى ح × ح : س – ص = ٣ ، س + ص = ٩ جبرياً**

**الحــــــــــــــــــــــل**

**س – ص = ٣**

**س + ص = ٩ بالجمع**

**٢س = ١٢ ⇦ س = ٦**

**بالتعويض في المعادلة الثانية عن س = ٦ : ٦ + ص = ٩ ⇦ ص = ٣**

**م.ح= {(٦، ٣)}**

**مثال٢ : أوجد فى ح٢ مجموعة حل المعادلتين : ص = س + ٤ ، س + ص = ٤ آنياً**

**الحــــــــــــــــــــــل**

**نرتب المعادلتين علي نفس الصورة**

**ص = س + ٤**

**ص = - س + ٤ بالجمع**

**٢ص = ٨ ⇦ ص = ٤**

**بالتعويض في المعادلة الثانية عن ص = ٤ : س + ٤ = ٤ ⇦ س = ٤ – ٤ ⇦ س = ٠**

**م.ح = {(٠ ، ٤)}**

**ملاحظة هامة : يفضل معرفة العلاقة بين المستقيمين الممثلين للمعادلتين ( عدد الحلول ) حسب الملاحظة فى صفحة ( ١ )**

**مثال٣ : حل المعادلتين : ٢س + ص = ٣ ، س + ٢ص = ٣ جبرياً**

**الحــــــــــــــــــــــل**

**المعادلتين مرتبتين ولكن غير جاهزتين للحذف لذلك نضرب المعادلة الأولى فى ( - ٢ )**

٢س + ص = ٣     ( × - ٢ )     ⇦  - ٤ س - ~~٢ ص~~ = - ٦

س + ٢ص = ٣     ⇦     س + ~~٢ ص~~ = ٣   بالجمع

- ٣ س     = - ٣     ⇦ س = ١

بالتعويض في المعادلة الثانية عن س = ١ :  ١ + ٢ ص = ٣  ⇦  ٢ ص = ٣ - ١  ⇦  ٢ ص = ٢  ⇦  ص = ١

م.ح = {(١ ، ١)}

مثال ٤ : أوجد مجموعة حل زوج المعادلات معاً : ٤ س + ٢ ص = ١٠ ، - ٢ س = ص – ٥

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــــل



نرتب المعادلتين علي نفس الصورة

٤ س + ٢ ص = ١٠

-٢ س - ص = - ٥



المعادلتين مرتبتين ولكن غير جاهزتين للحذف لذلك نضرب المعادلة الثانية فى (٢ )

٤ س + ٢ ص = ١٠     ⇦     ~~٤ س~~ + ~~٢ ص~~ = ١٠

- ٢ س - ص = - ٥   ( × ٢ )   ⇦   - ~~٤ س~~ - ~~٢ ص~~ = - ١٠   بالجمع

صفر    = صفر     ( علاقة صحيحة )

المستقيمان منطبقان  ⇦  عدد الحلول = عدد لا نهائى  ⇦  م . ح = { ( س ، ص ) : ٤ س + ٢ ص = ١٠}

مثال ٥ : أوجد مجموعة حل زوج المعادلات الأتية معاً : س + ص = ٢  ،  ص = ٥ - س

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــــل

نرتب المعادلتين علي نفس الصورة

س + ص = ٢

س + ص = ٥

المعادلتين مرتبتين ولكن غير جاهزتين للحذف لذلك نضرب المعادلة الثانية فى (- ١ )

س + ص = ٢     ⇦     ~~س~~ + ~~ص~~ = ٢

س + ص = ٥   ( × - ١ )   ⇦   - ~~س~~ - ~~ص~~ = - ٥   بالجمع

صفر    = - ٣    ( علاقة غير صحيحة )

المستقيمان متوازيان  ⇦  عدد الحلول = صفر  ⇦  م . ح = Ø

مثال ٦ : إذا كان $ل_١$ : أ س + ب ص = ٥ ، $ل_٢$ : ٣ أ س + ب ص = ١٧ يتقاطعان فى النقطة ( ٣ ، - ١ )

أوجد قيمة أ ، ب ؟

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــــل

المستقيمان يتقاطعان فى النقطة ( ٣ ، - ١ ) : نعوض بوضع س = ٣ ، ص = - ١ فى المعادلتين الممثلتين للمستقيمين

أ × ٣ + ب × -١ = ٥ ، ٣ أ × ٣ + ب × -١ = ١٧ ⇦ ٣ أ – ب = ٥ ، ٩ أ – ب = ١٧

المعادلتين مرتبتين ولكن غير جاهزتين للحذف لذلك نضرب المعادلة الأولى فى (- ١)

٣ أ – ب = ٥ ( × - ١ ) ⇦ - ٣ أ + ب = - ٥

٩ أ – ب = ١٧ ⇦ ٩ أ – ب = ١٧ بالجمع

٦ أ = ١٢ ⇦ أ = ٢

بالتعويض في المعادلة الثانية عن أ = ٢ : ٩ × ٢ – ب = ١٧ ⇦ ١٨ – ب = ١٧ ⇦ - ب = ١٧ – ١٨ ⇦ ب = ١



**مسائل لفظية تؤول إلى معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين**

خطوات حل المسائل اللفظية:

١- نفرض أحد المجهولين س والأخر ص

٢- من بيانات المسائلة نكون معادلتين من الدرجة الأولى فى س ، ص ونقوم بحلهما كما تعلمنا جبريا أو بيانيا



مثال ١ : عددان مجموعهما ٨ والفرق بينهما ٢ أوجد العددين؟

الحـــل

نفرض العدد الأول ( س) ، الثاني ( ص ) ونفرض أن س > ص

س + ص = ٨ (مجموع العددين = ٨) ، س – ص = ٢ ( الفرق بين العددين = ٢)

س + ص = ٨

س – ص = ٢ بالجمع

٢س = ١٠ ⇦ س = ٥

بالتعويض في المعادلة الأولي عن س = ٥ ⇦ ٥ + ص = ٨ ⇦ ص = ٣ العددان هما (٥ ، ٣)

مثال٢ : مستطيل طوله يزيد عن عرضة بمقدار ٣ فإذا كان محيطه ٢٨ أوجد طوله وعرضه و مساحته ؟

الحل : نفرض الطول (س) ، العرض ( ص)

س – ص = ٣ (الطول يزيد عن العرض بمقدار ٣) ، س + ص = ١٤ (الطول + العرض = نصف محيط المستطيل)

س – ص = ٣

س + ص = ١٤ بالجمع

٢س = ١٧ ⇦ س = ٨,٥

بالتعويض في المعادلة الثانية عن س = ٨,٥ ⇦ ٨,٥ + ص = ١٤ ⇦ ص = ١٤ – ٨,٥ ⇦ ص = ٥,٥

طول المستطيل ٨,٥ سم ، عرضه ٥,٥ سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٨,٥ × ٥,٥ =

مثال ٣ : زاويتان حادتان فى مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠ أوجد قيمة كلا منهما ؟

الحــــــــــــــــــــــــــــــــــــل

نفرض الزاوية الأولى = س ، الزاوية الثانية = ص

س + ص = ٩٠ ( مجموع قياس الزاويتين المتتامتين = ٩٠ )

بالجمع س – ص = ٥٠ ( الفرق بين قياسيهما = ٥٠ )

٢ س = ١٤٠ ⇦ س = ٧٠

بالتعويض في المعادلة الأولى عن س = ٧٠ ⇦ ٧٠ + ص = ٩٠ ⇦ ص = ٩٠ – ٧٠ ⇦ ص = ٢٠

الزاويتان هما ٧٠ ، [illegible] مجموعة حل المعادلتين [illegible] ٥ هى { ( ٣ ، ٠٠٠

مثال ٤ : مستطيل طوله أربعة أمثال عرضه ومحيطه ٣٠ سم أوجد مساحته ؟

الحــــــــــــــــــــــــــــــــــــل

نفرض الطول (س) ، العرض ( ص)

س = ٤ ص (الطول أربعة أمثال العرض) ، س + ص = ١٥ (الطول + العرض = نصف محيط المستطيل)

نرتب المعادلتين بنفس الترتيب : س - ٤ ص = ٠ ، س + ص = ١٥

س – ٤ ص = ٠

س + ص = ١٥

المعادلتين مرتبتين ولكن غير جاهزتين للحذف لذلك نضرب المعادلة الثانية فى ( ٤ )

س - ٤ ص = ٠ ⇦ س - ~~٤ ص~~ = ٠

س + ص = ١٥ ( × ٤ ) ⇦ ٤ س + ~~٤ ص~~ = ٦٠ بالجمع

٥ س = ٦٠ ⇦ س = ١٢

بالتعويض في المعادلة الثانية عن س = ١٢ ⇦ ١٢+ ص = ١٥ ⇦ ص = ١٥ – ١٢ ⇦ ص = ٣

طول المستطيل ١٢ سم ، عرضه ٣ سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ١٢ × ٣ =

مثال ٥ : إذا كان مجموع عمرى أحمد وفاطمة ٤٣ سنة وبعد ٥ سنوات يكون الفرق بين عمريهما ٣ سنوات أوجد عمر كلا منهما ؟

الحــــــــــــــــــــــــــــــــــــل

نفرض عمر أحمد الآن = س ، عمر فاطمة الآن = ص ( س > ص )

س + ص = ٤٣ (مجموع عمرى أحمد وفاطمة ٤٣ سنة )

بعد ٥ سنوات سيكون : عمر أحمد = س + ٥ ، عمر فاطمة = ص + ٥

( س + ٥ ) – ( ص + ٥ ) = ٣ (الفرق بين عمريهما ٣ سنوات )

نبسط المعادلة : س + ٥ – ص – ٥ = ٣ ⇦ س – ص = ٣

المعادلتان : س + ص = ٤٣

س – ص = ٣ بالجمع

٢ س = ٤٦ ⇦ س = ٢٣

بالتعويض في المعادلة الاولى عن س = ٢٣ ⇦ ٢٣ + ص = ٤٣ ⇦ ص = ٤٣ – ٢٣ ⇦ ص = ٢٠

عمر أحمد الآن = ٢٣ ، عمر فاطمة الآن = ٢٠

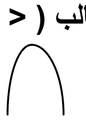
## حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانياً و جبريا

الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية : أ $س^٢$ + ب س + جـ = ٠ حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ صفر

إذا كان إحداثى رأس منحنى الدالة ( س ، ص ) فإن :

أ موجب ( $> ٠$ )

أ سالب ( $< ٠$ )



معادلة محور التماثل( س = قيمة الإحداثى السينى س )

القيمة العظمى ( الصغرى ) = قيمة الإحداثى الصادى ص

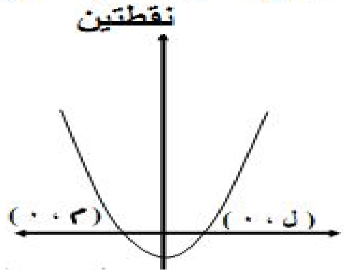
**أولا الحل البيانى :**

(١) نرسم منحنى الدالة د(س) = أ $س^٢$ + ب س + جـ ( كما تعلمنا فى الفصل الدراسى الأول )

(٢) نحدد الإحداثى السينى لنقط تقاطع المنحنى مع محور السينات فتكون هى حلول المعادلة

**ملاحظة هامة :** تحتوى مجموعة الحل على :

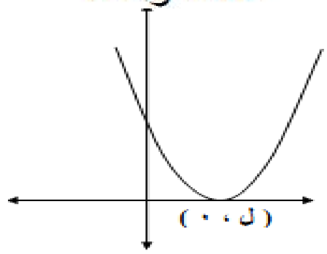
عنصرين إذا كان المنحنى يقطع محور السينات فى نقطتين




يوجد حلان للمعادلة فى ح

مجموعة الحل = { ل ، م }

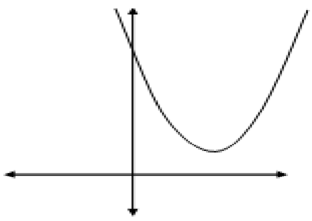
عنصر واحد إذا كان المنحنى يقطع محور السينات فى نقطة واحدة




يوجد حل وحيد للمعادلة فى ح

مجموعة الحل = { ل }

لا توجد عناصر إذا كان المنحنى لا يقطع محور السينات فى أى نقطة



لا يوجد حل للمعادلة فى ح

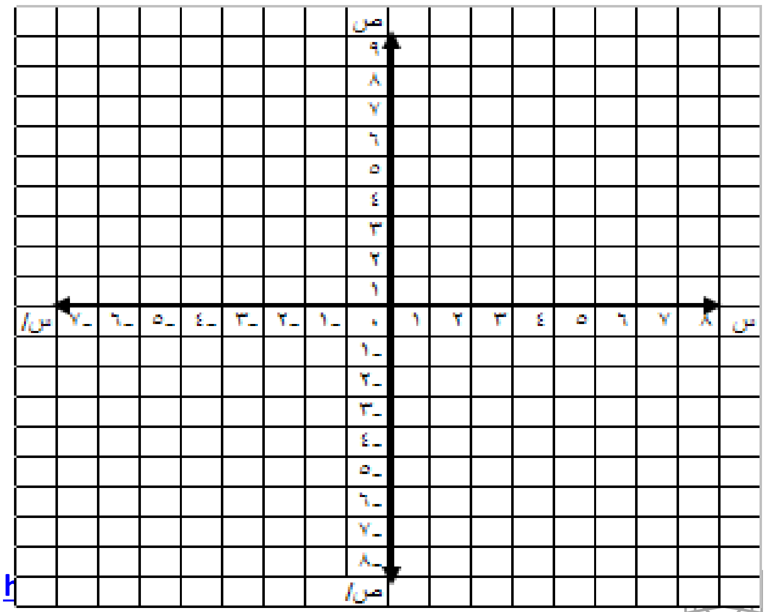
مجموعة الحل = ø

مثال ١ : إرسم الشكل البيانى للدالة د حيث د(س) = $س^٢$ – ٥ س + ٣ على الفترة [ ٠ ، ٥ ] ومن الرسم أوجد جذرى المعادلة $س^٢$ – ٥ س + ٣ = ٠ ؟

الحـــــــــــــــــــــــــــل

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| د(س) | | | | | | |

م . ح = { }



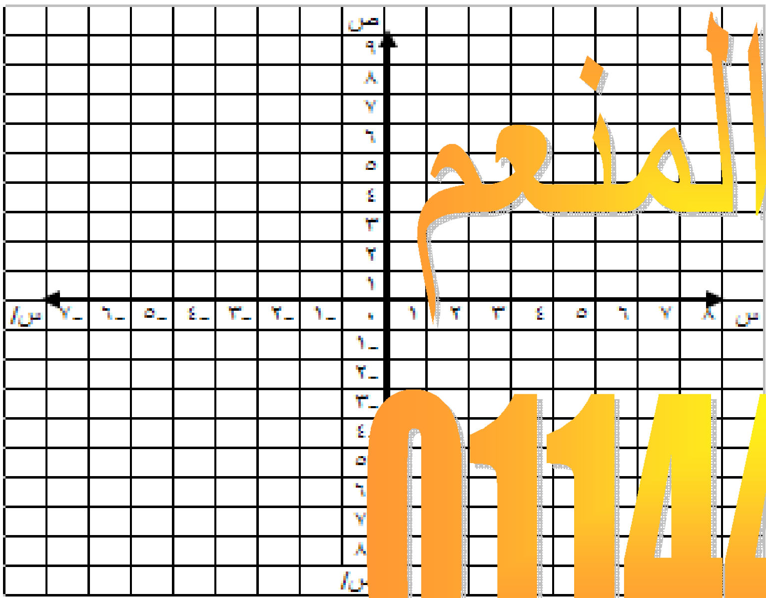
مثال ٢ : عين جذرى المعادلة س$^{٣}$ – ٢ س + ١ = ٠ متخذا س ∈ [ -١ ، ٣ ]

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــل



| س | ٣ | ٢ | ١ | ٠ | - ١ |
|---|---|---|---|---|---|
| د(س) | | | | | |

م . ح = {        }

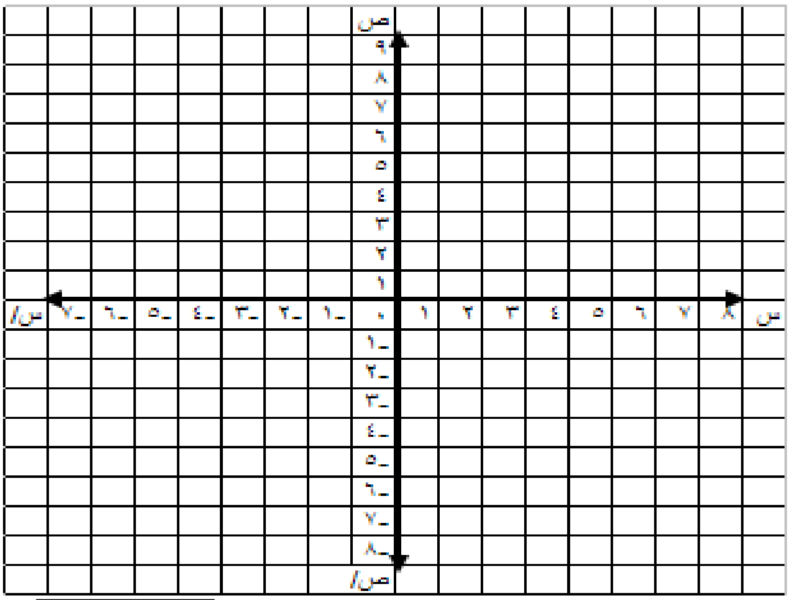


مثال ٣ : إرسم الشكل البيانى للدالة د حيث د(س) = س$^{٢}$ + ٤ على الفترة [ -٢ ، ٢ ] ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة د(س) = ٠ ؟

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــل

| س | ٢ | ١ | ٠ | - ١ | - ٢ |
|---|---|---|---|---|---|
| د(س) | | | | | |

م . ح = {        }



**ثانيا الحل الجبرى بإستخدام القانون العام :**

المعادلة أ س$^{٢}$ + ب س + جـ = ٠ لها حلان (جذران)يتعينان من القانون العام وهو : س = $\frac{- \text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\ \text{أ}\ \text{جـ}}}{٢\ \text{أ}}$

إذا كان المميز (ب$^{٢}$ – ٤ أ جـ) اللى تحت الجذر فى القانون

موجب ( > ٠ ) — يوجد حلان

صفر ( = ٠ ) — يوجد حلان

سالب ( < ٠ ) — لا يوجد حل

ويمكن إستخدام طريقة إكمال المربع وذلك بإضافة ( مربع نصف معامل س وطرحه ) من الطرف الأيمن .

مثال ١ : حل المعادلة التالية مستخدماً القانون العام : س$^{٢}$ + ٥ س + ٦ = ٠ ؟

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــل

أ = ١

ب = ٥

جـ = ٦

س = $\frac{- \text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\ \text{أ}\ \text{جـ}}}{٢\ \text{أ}}$ = $\frac{- ٥ \pm \sqrt{(٥)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٦}}{٢ \times ١}$

س = - ٢ أ، س = - ٣ م . ح = { - ٢ ، -٣ }

مثال ٣ : حل المعادلة ٣ س$^{٢}$ = ٥ س + ٤ علماً بأن $\sqrt{٧٣}$ ≃ ٨,٥٤ ؟

| |
|---|
| أ = ٣ |
| ب = - ٥ |
| جـ = - ٤ |

الحـــــــــــــــــــــل

بوضع المعادلة علي الصورة العامة ( صفرية و مرتبة ) ٣ س$^{٢}$ - ٥ س - ٤ = ٠

س = $\frac{- ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$ = $\frac{- (-٥) \pm \sqrt{(-٥)^{٢} - ٤ \times ٣ \times - ٤}}{٢ \times ٣}$

س = ................................. أ، س = ................................. م . ح = { ......... ، ......... }

مثال ٤ : حل المعادلة ٢ س$^{٢}$ - ٥ س +١ = ٠ مقرباً الناتج لأقرب رقميين عشريين ؟

| |
|---|
| أ = ٢ |
| ب = - ٥ |
| جـ = ١ |

الحـــــــــــــــــــــل

س = $\frac{- ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$ = $\frac{- (-٥) \pm \sqrt{(-٥)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ١}}{٢ \times ٢}$

س = ................................. أ، س = ................................. م . ح = { ........... ، ........... }



## حل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولي وأخري من الدرجة الثانيةفي متغيرين جبريا

**ملحوظة : فك القوس المرفوع لأس (٢) = (مربع الأول) (اشارة القوس) ٢× (الأول)×(الثاني) + (مربع الثاني )**

**( أ + ب)$^{٢}$ = أ$^{٢}$ + ٢ أب + ب$^{٢}$ ، (س – ص) $^{٢}$ = س$^{٢}$ – ٢ س ص + ص$^{٢}$**

مثال ١ :أوجد مجموعة حل المعادلتين : س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ١٣ ، س – ص = ١ ؟

الحـــــــــــــــــــل

أولاً : نحول معادلة الدرجة الأولي إلي صورة فيها مجهول في طرف واحد : س = ١ + ص ⟵ (*)

ثانياً : بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية :

(١+ ص)$^{٢}$ + ص $^{٢}$ = ١٣ ⇦ (١+ ٢ص + ص$^{٢}$) + ص$^{٢}$= ١٣ ⇦ ١+ ٢ص + ٢ ص$^{٢}$ = ١٣

نرتيب الحدود ونجعلها صفرية : ٢ ص$^{٢}$ + ٢ص - ١٢ = ٠

نحلل بالألة ( EQN ⇦ 3 ) معادلة الدرجة الثانية : (ص - ٢) (ص + ٣) = ٠

| | |
|---|---|
| إما ص - ٢ = ٠ | أو ص + ٣ = ٠ |
| ص = ٢ | ص = - ٣ |
| س = ١ + ٢ | س = ١ – ٣ |
| س = ٣ | س = -٢ |

نعوض في معادلة (*) عن قيم ص :

وبالتالي يكون مجموعة حل المعادلتين { (٣ ، ٢ ) ، (-٢ ، - ٣ )}

مثال ٢ : حل المعادلتين الأتيتين أنياً : س$^{٢}$ + ص$^{٢}$= ٤١ ، س + ص = ٩ ؟

الحـــــــــــــــــــــل

أولاً : نحول معادلة الدرجة الأولي إلي صورة فيها مجهول في طرف واحد : ص = ٩- س ⟵ (*)

ثانياً : بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية :

س$^{٢}$ + (٩ - س)$^{٢}$ = ٤١ ⇦ س$^{٢}$ + (٨١ - ١٨س + س$^{٢}$) = ٤١ ⇦ ٢ س$^{٢}$ - ١٨ س + ٨١=٤١

نرتيب الحدود ونجعلها صفرية : ٢ س$^{٢}$ - ١٨ س + ٤٠ = ٠

نحلل بالألة ( EQN ⇦ 3 ) معادلة الدرجة الثانية : ( س - ٤) ( س - ٥) = ٠

| | |
|---|---|
| إما س - ٤ = ٠ | أو س - ٥ = ٠ |
| س = ٤ | س = ٥ |
| ص = ٩ - ٤ | ص = ٩ - ٥ |
| ص = ٥ | ص = ٤ |

نعوض في معادلة (*) عن قيم س :

وبالتالي يكون مجموعة حل المعادلتين { (٤ ، ٥) ، (٥ ، ٤)}

مثال٣ : أوجد فى ح$^{٢}$ مجموعة حل المعادلتين : س+ ٢ ص = ١٠ ، س ص = ١٢ جبريا

الحـــــــــــــل

أولاً: نحول معادلة الدرجة الأولي إلي صورة فيها مجهول في طرف واحد : س = ١٠ – ٢ ص ⟵ (*)

ثانياً: بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية :

(١٠ -٢ص ) × ص = ١٢ ⇦ ١٠ص – ٢ ص$^{٢}$ = ١٢

نرتيب الحدود ونجعلها صفرية : -٢ ص$^{٢}$ + ١٠ ص – ١٢ =٠

نحلل بالألة ( EQN ⇦ 3 ) معادلة الدرجة الثانية : (ص -٢) (ص – ٣) = ٠

| | |
|---|---|
| إما ص- ٢ = ٠ | أو ص - ٣ = ٠ |
| ص = ٢ | ص = ٣ |
| س = ١٠ -٢ × ٢ | س = ١٠ – ٢ × ٣ |
| س = ٦ | س = ٤ |

نعوض في معادلة (*) عن قيم ص :

وبالتالي يكون مجموعة حل المعادلتين { (٦ ، ٢) ، (٤ ، ٣)}

مثال ٤ : حل المعادلتين : س - ص = ٣ ، س$^{٢}$- ٣ س ص + ص$^{٢}$ = ٥ جبرياً

الحـــــــــــــل

أولاً: نحول معادلة الدرجة الأولي إلي صورة فيها مجهول في طرف واحد : س = ٣ + ص ⟵ (*)

ثانياً: بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية :

( ٣ + ص )$^{٢}$ – ٣(٣ + ص ) ص + ص$^{٢}$ = ٥ ⇦ (٩ + ٦ ص + ص$^{٢}$) - ٩ ص – ٣ ص$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ٥

⇦ - ص$^{٢}$ – ٣ ص + ٩ - ٥ = ٠

نرتيب الحدود ونجعلها صفرية : - ص$^{٢}$ - ٣ ص +٤ = ٠

نحلل بالآلة ( EQN ⇦ 3 ) معادلة الدرجة الثانية : (ص – ١) (ص + ٤) = ٠

إما ص -١ = ٠ | أو ص + ٤ = ٠

ص = ١ | ص = -٤

نعوض في معادلة (*) عن قيم ص : س = ٣ + ١ | س = ٣ + (-٤)

س = ٤ | س = -١

وبالتالي يكون مجموعة حل المعادلتين { (٤ ، ١) ، (-١ ، -٤) }

تدريب : حل المعادلتين س – ص = ٣ ، س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ١٧

الحـــــــــــــــــــــل

أولاً : نحول معادلة الدرجة الأولي إلي صورة فيها مجهول في طرف واحد : س = ............... ⟵ (*)

ثانياً : بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية :

(.............)$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ١٧ ⇦ ( ............................. ) + ص$^{٢}$ = ١٧

نرتيب الحدود ونجعلها صفرية : ........................................................................ = ٠

نحلل بالآلة ( EQN ⇦ 3 ) معادلة الدرجة الثانية : (ص .........) (ص .........) = ٠

إما ص ......... = ٠ | أو ص ........... = ٠

ص = ........ | ص = .........

نعوض في معادلة (*) عن قيم ص : س = .............. | س = ..............

س = ...... | س = ......

وبالتالي يكون مجموعة حل المعادلتين { (....... ، .......) ، (....... ، .........)}

**مسائل لفظية تؤول إلى معادلتين إحداهما من الدرجة الأولى و الأخرى من الدرجة ثانية**

مثال ١ : مستطيل محيطه ١٦ سم و مساحته ١٥ سم$^{٢}$ أوجد بعديه ؟

الحـــــــــــــــــــــل

نفرض الطول = س ، العرض = ص

س + ص = ٨(الطول + العرض = نصف المحيط ) ، س × ص = ١٥ ( مساحة المستطيل = الطول × العرض = ١٥ )

أولاً : نحول معادلة الدرجة الأولي إلي صورة فيها مجهول في طرف واحد : س = .............. ⟵ (*)

ثانياً : بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية :

(.............) × ص = ١٥ ⇦ ............................ = ١٥

نرتيب الحدود ونجعلها صفرية : ........................................................................ =٠

نحلل بالآلة ( EQN ⇦ 3 ) معادلة الدرجة الثانية : (ص .........) (ص .........) = ٠

إما ص ......... = ٠ | أو ص ........... = ٠

| | |
|---|---|
| ص = ......... | ص = .......... |
| س = .............. | س = .............. |
| س = ...... | س = ...... |

نعوض في معادلة (*) عن قيم ص :

وبالتالي يكون الطول = ......... ، العرض = ..........

مثال ٢ : عددان الفرق بينهما ٢ و مجموع مربعيهما ٣٤ فما هما العددان ؟

الحــــــــــــــــــــــــــــل

نفرض العدد الأكبر = س ، العدد الأصغر = ص

س - ص = ٢ (الفرق بينهما ٢) ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٣٤$ ( مجموع مربعيهما ٣٤ )

أولاً : نحول معادلة الدرجة الأولي إلي صورة فيها مجهول في طرف واحد : س = ............... ⟵ (*)

ثانياً : بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية :

$(.............)^{٢} + ص^{٢} = ٣٤$ ⇦ $(......................) + ص^{٢} = ٣٤$ ⇦ ..............................=٣٤

نرتيب الحدود ونجعلها صفرية : ................................................... = ٠

نحلل بالألة ( EQN ⇦ 3 ) معادلة الدرجة الثانية : ( ص .......... ) ( ص .......... ) = ٠

| | |
|---|---|
| إما ص .......... = ٠ | أو ص ........... = ٠ |
| ص = ....... | ص = ........ |
| س = ........... | س = .............. |
| س = ...... | س = ......... |

نعوض في معادلة (*) عن قيم ص :

وبالتالي يكون : العدد الأكبر = ......... ، العدد الأصغر = ..........

مثال ٣ : عددان مجموعهما ٧ وحاصل ضربهما ١٢ أوجد العددين ؟

الحــــــــــــــــــــــــــــل

نفرض العدد الأول = س ، العدد الثانى = ص

س + ص = ٧ ( عددان مجموعهما ٧ ) ، س × ص = ١٢ ( حاصل ضربهما ١٢ )

أولاً : نحول معادلة الدرجة الأولي إلي صورة فيها مجهول في طرف واحد : س = ............... ⟵ (*)

ثانياً : بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية :

(.............) × ص = ١٢ ⇦ ............................. = ١٢

نرتيب الحدود ونجعلها صفرية : ................................................................ =٠

نحلل بالألة ( EQN ⇦ 3 ) معادلة الدرجة الثانية : (ص .......... ) (ص .......... ) = ٠

| | |
|---|---|
| إما ص .......... = ٠ | أو ص ............ = ٠ |
| ص = ......... | ص = .......... |

نعوض في معادلة (*) عن قيم ص :

س = ............... | س = ..............

س = ...... | س = ......

وبالتالي يكون العدد الأول = ......... ، العدد الثانى = ..........

مثال ٤ : عددان مجموعهما ٧ و الفرق بين مربعيهما ٧ أوجد العددين ؟

الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــل

نفرض العدد الأول = س ، العدد الثانى = ص

س + ص = ٧ ( عددان مجموعهما ٧) ، س$^{٢}$ - ص$^{٢}$ = ٧ (الفرق بين مربعيهما ٧)

أولاً : نحول معادلة الدرجة الأولي إلي صورة فيها مجهول في طرف واحد : س = .............. ⟵ (*)

ثانياً : بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية :

(............)$^{٢}$ - ص$^{٢}$ = ٧ ⇦ (.......................) - ص$^{٢}$ = ٧ ⇦ .........................=٧

هذه معادلة من الدرجة الأولى فى المجهول ص نحلها : ٤٩ - ١٤ ص = ٧ ⇦ - ١٤ ص = ٧ – ٤٩

⇦ - ١٤ ص = - ٤٢ ⇦ ص = ٣

نعوض في معادلة (*) عن قيمة ص : س = ........... = .........

وبالتالي يكون : العدد الأول = ......... ، العدد الثانى = ..........



---

## تمارين على وحدة حل المعادلات

١) اذا كان س – ص = ٣ ، س+ ص =٩ فان ص = ...................................

٢) عددان صحيحان مجموعهما ٤ ومجموع مربعيهما ١٠ فان العددين هما.............

٣) المستقيمان ص = ٣ ، س – ١ = ٠ متقاطعان فى النقطة .............

٤) مجموعة حل المعادلتين س = ١ ، س + ص = ٢ هى .............

٥) مجموعة حل المعادلتين س – ص = ٤ ، ٣ س + ٤ ص = ٥ هى { ( ٣ ، .......... ) }

٦) اذا كان مجموعة حل المعادلة س$^{٢}$ + م س +٩ =٠ هى{-٣} فان م=.................

٧) مجموعة حل المعادلتين س+ ٢ ص =٣ ، ٤ س + ٨ ص = ٧ هى...................

٨) مجموعة حل المعادلتين س – ص= ٢ ، ص – س = ٣ هى.......................

٩) مجموعة حل المعادلتين س – ص= ١، س + ص = ٧هى.....{(١، ٠) }،{ ( ٢ ، ١ )} ،{(٢، ٥)} ، {( ٤، ٣)}

١٠) اذاكان س – ٣ = ٠ ، ص$^{٢}$ = س+ ٦ فان ص = ...(٩ ، ٣ ، -٣ ، ٣ ، -٣ )

١١) مجموعة حل المعادلتين س + ص = ٠ ، س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ =٢ هى..........

{(٠، ٠)}،{(١ ،-١)}، {(-١، ١)} ، {(١ ،-١)، (-١ ، ١ )}

١٢) اذا كانت س = ٣ احد حلول المعادلة س$^{٢}$– أ س -٦ =٠ فان أ = ..........  ( ٣ ، ٢ ، ١ ، -١)

١٣) اذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين س + ٢ ص = ٤ ، ٢ س + ك ص = ١١ متوازيين فان ك = ........

( ٤ ، -٤ ، ١ ، -١ )

١٤) مجموعة حل المعادلتين س – ص= ٠ ، س ص = ١٦ هى ....................

{(٠ ، ٠)} ، {( ٤ ، ٤ )} ، {(-٤ ، -٤ )} ، {( ٤ ، ٤ )، (-٤،-٤)}

١٥) اذا كان س+ ص = ٠ ، س$^{٢}$ =٢٥ فان ص = .............. ( ٢٠ ، -٥ ، ٥ ، ٥ )

١٦) اذا كان للمعادلتين س + ٣ ص = ٦ ، ٢ س + ك ص = ١٢ عدد لانهائى من الحلول فان ك =... ( ٢ ، ٦ ، ٣ ، ١ )

١٧) مجموعة حل المعادلتين س – ٢ ص = ١ ، ٣ س + ص = ١٠ هى ...............

( {( ٥ ، ٢ )} ، {( ٣ ، ١ )} ، {( ٤ ، ٢ )} ، {( ٣ ، -١ )} )

١٨) عدد حلول المعادلتين س + ص =٢ ، س + ص – ٣ = صفر هو ................( صفر ، ١ ، ٢ ، عدد لانهائى ) .

١٩) إذا كان للمعادلتين س + ٤ص =٧ ، ٣س + ك ص =٢١ عدد لا نهائى من الحلول فإن ك = ..( ٤ ، ٧ ، ١٢ ، ٢١ )

٢٠) المعادلة ٣س + ٤ص + س ص = ٥ من الدرجة ...............(الصفرية ، الأولى ، الثانية ، الثالثة ) .

٢١) المستقيمان ٣ س = ٧ ، ٢ ص = ٩ ............. ( متوازيان ، منطبقان ، متقاطعان وغير متعامدين ، متعامدان )

٢٢) نقطة تقاطع المستقيمين ص = ٢ ، س + ص = ٦ هى .........[ ( ٢ ، ٦ ) ، ( ٢ ، ٤ ) ، ( ٤ ، ٢ ) ، ( ٦ ، ٢ ) ]



---

١) حل المعادلة ٣ س$^{٢}$ = ٥ س + ٤ فى ح مقربا الناتج لرقمين عشريين ؟

٢) اوجد مجموعة حل المعادلتين ص = س – ٣ ، س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ١٧ ؟

٣) حل المعادلتين س – ٢ ص = ١ ، س$^{٢}$ – س ص= ٠ ؟

٤) اوجد بيانيا وجبريا مجموعة حل المعادلتين س – ص = ٤ ، ٣ س + ٢ ص =٧ ؟

٥) حل المعادلة ٢ س (س- ٥ ) = ١ مقربا الناتج لرقم عشرى واحد ؟

٦) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين س – ص = ١ ، س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ٢٥

٧) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة س$^{٢}$ – ٢س - ٤= ٠ باستخدام القانون العام .

---

## دوال الكسور الجبرية

**مجموعة أصفار الدالة:** إذا كانت د دالة كثيرة حدود فى المتغير س فإن مجموعة أصفار د هى جميع قيم س الحقيقية والتى تجعل د(س) = صفر ونرمز لها بالرمز ص(د).

(١)الدالة الثابتة د(س)= أ حيث أ ≠ صفر ⇦ مجموعة أصفار د(س) = ص(د) = ∅

#مثال إذا كانت د(س) = ٥ فإن مجموعة أصفار د(س) = ص(د) = ∅

(٢)الدال د(س) = ٠ ⇦ مجموعة أصفار د(س) = ص(د) = ح

(٣)الدالة الخطية د(س) = أ س + ب ⇦ مجموعة أصفار د(س) = ص(د) ={ $\frac{-ب}{أ}$ }

(٤) الدال التربيعية د(س) = أ س$^{٢}$ + ب س + جـ

⇦ قد تكون مجموعة أصفار الدالة د(س) = ص(د) = ∅ #مثال د(س) = س$^{٢}$ + ٩ (لا يمكن تحليل هذا المقدار)

⇦ قد تكون مجموعة أصفار الدالة د(س) = ص(د) = { أ } #مثال د(س) = س$^{٢}$ – ٦ س + ٩

ونحلل بالألة ( EQN ⇦ 3 ) هذا المقدار فتعطى د(س) = ( س – ٣ )$^{٢}$ فتكون ص(د) = { ٣ }

⇦ قد تكون مجموعة أصفار الدالة د(س) = ص(د) = { أ ، ب } #مثال د(س) = س$^{٢}$ – ٢ س - ٣

ونحلل بالألة ( EQN ⇦ 3 ) هذا المقدار فتعطى د(س) = ( س – ٣ )( س + ١ ) فتكون ص(د) = { ٣ ، -١ }

(٥)الدال التكعيبية د(س) = س$^{٣}$ + أ$^{٣}$ ⇦ مجموعة أصفار د(س) = ص(د) = { - أ }

لإن عند تحليل هذا المقدار كمجموع مكعبين يعطى د(س) = ( س + أ )( س$^{٢}$ – أ س + أ$^{٢}$ ) القوس الكبير ليس له أصفار

# مثال د(س) = س$^{٣}$ – ٨ عند تحليل هذا المقدار كفرق بين مكعبين يعطى د(س) = ( س - ٢ )( س$^{٢}$ + ٢ س + ٤)

تتكون مجموعة أصفار د(س) = ص(د) = { ٢ } لأن القوس الكبير ليس له أصفار

(٦)الدالة الكسرية د(س) = $\frac{\text{ر(س)}}{\text{ق(س)}}$

⇦ مجموعة أصفار د(س) = ص(د) = مجموعة أصفار البسط ص(ر) - مجموعة أصفار المقام ص(ق)

# مثال د(س) = $\frac{\text{س - ٣}}{\text{س + ٥}}$ ⇦ مجموعة أصفار د(س) = ص(د) = { ٣ } - { - ٥ } = { ٣ }

# مثال د(س) = $\frac{\text{س}^{٢}\text{ – ٤ س - ٥}}{\text{س}^{٢}\text{ – ٧ س + ١٠}}$ نحلل بسط ومقام الدالة د(س) = $\frac{\text{( س – ٥ )( س + ١ )}}{\text{( س – ٥ )( س - ٢ )}}$

⇦ مجموعة أصفار د(س) = ص(د) = { ٥ ، - ١ } - { ٥ ، ٢ } = { -١ }

# مثال إذا كانت ص(د) = { ٥ ، - ٥ } وكانت د(س) = س$^{٢}$ – ك فإن ك = ...............

# اذا كانت {-٢ ، ٢ } هى مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س$^{٢}$ + أ فان أ=..........

# اذا كانت ص (د) = {٣}، د(س) = س$^{٣}$ - ٣ س$^{٢}$ + أ فان أ = .........................



# اذا كانت مجموعة اصفار الدالة د حيث د(س)= أ س$^{٢}$ + ب س + ٨ هى {٢، ٤} أوجد قيمة أ ، ب

---

مجال الدالة الكسرية : الدالة الكسرية الجبرية تكون على الشكل ن(س) = $\frac{\text{ر(س)}}{\text{ق(س)}}$ حيث ر(س) ،ق(س) دوال كثيرات حدود ويكون مجال هذه الدالة = ح – مجموعة أصفار المقام .

(١) الدالة التى مقامها عدد حقيقى ن(س) = $\frac{\text{ر(س)}}{\text{أ}}$ مجالها = ح ( لإن محموعة أصفار المقام = ∅ )

١) أوجد مجال ن(س) = $\frac{\text{س - ٣}}{\text{س + ٥}}$ مجال الدالة = ح - { - ٥ }

٢) أوجد مجال ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢}\text{ - ٤}}{\text{س + ٢}}$ ثم أوجد ن(- ٢) ، ن(٥)

ن(س) = $\frac{\text{( س – ٢ )}\cancel{\text{( س + ٢ )}}}{\cancel{\text{س + ٢}}}$ مجال الدالة = ح - { - ٢ }

ن(س) = (س + ٢)

ن(- ٢) = غير معرف لأن – ٢ ∉ مجال ن(س)

ن(٥) = ( ٥ + ٢ ) = ٧

٣) أوجد مجال ن(س) = $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٢\ \text{س}}$ ثم أوجد ن(٢) ، ن(٠) ، ن(٥)

ن(س) = $\frac{(\text{س} - \cancel{٢})}{\text{س}\ (\text{س} - \cancel{٢})}$ مجال الدالة = ح - { ٠ ، ٢ }

ن(س) = $\frac{}{\text{س}}$

ن(٢) = غير معرف لأن ٢ ∉ مجال ن(س) ن(٠) = غير معرف لأن ٠ ∉ مجال ن(س)

ن(٥) = $\frac{١}{٥}$

٤) أوجد مجال ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٣\ \text{س} - ١٠}{\text{س}^{٢} - ٥\ \text{س}}$ ثم أوجد ن(٢) ، ن(٠) ، ن(٥)

ن(س) = $\frac{(\text{س} + ٢)(\text{س} - \cancel{٥})}{\text{س}\ (\text{س} - \cancel{٥})}$ مجال الدالة = ح - { ٠ ، ٥ }

ن(س) = $\frac{(\text{س} + ٢)}{\text{س}}$

ن(٢) = $\frac{(٢ + ٢)}{٢}$ = ٢

ن(٥) = غير معرف لأن ٥ ∉ مجال ن(س)

ن(٠) = غير معرف لأن ٠ ∉ مجال ن(س)

٥) أوجد مجال ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س}^{٢} - ٣\ \text{س} - ١٨}$

ن(س) = $\frac{(\text{س} - ٣)(\text{س} + \cancel{٣})}{(\text{س} - ٦)(\text{س} + \cancel{٣})}$ مجال الدالة = ح - { ٦ ، -٣ }

ن(س) = $\frac{(\text{س} - ٣)}{(\text{س} - ٦)}$

٦) أوجد مجال ن(س) = $\frac{\text{س}^{٣} - ٢٧}{\text{س}^{٣} + ٣\ \text{س}^{٢} + ٩\ \text{س}}$

ن(س) = $\frac{(\text{س} - ٣)(\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٩)}{\text{س}\ (\text{س}^{٢} + ٣\ \text{س} + ٩)}$ مجال الدالة = ح - { ٠ }

ن(س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}}$

٧) إذا كان ح - { ٥ } هو مجال ن (س) = $\frac{\text{س} + \text{أ}}{\text{س} + \text{ب}}$ فإن ب = ................

وإذا كان ص(ن) = { ٢ } فإن أ = ..............

---

**المجال المشترك لكسرين جبريين أو أكثر:**

المجال المشترك لعدد من الكسور الجبرية = ح − مجموعة أصفار مقامات هذه الكسور

١) إذا كان ن١(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س}^{٢} - ٥\ \text{س} + ٦}$ ، ن٢(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٣\ \text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} + \text{س} + ٢}$ أوجد المجال المشترك للكسرين ؟

الحل

ن١(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س}^{٢} - ٥\ \text{س} + ٦}$ = $\frac{(\text{س} + ٢)(\text{س} - ٢)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٣)}$

ن٢(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٣\ \text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}$ = $\frac{(\text{س} + ١)(\text{س} - ٤)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ١)}$

مجال ن١ = ح - { ٢ ، ٣ }

$ن_1(س) = \frac{(س + ٢)}{(س - ٣)}$

مجال ن٢ = ح - { ٢ ، - ١ }

$ن_2(س) = \frac{(س - ٤)}{(س - ٢)}$

المجال المشترك = ح - { ٢ ، ٣ ، - ١}

٢) أوجد المجال المشترك للكسور: $\frac{س - ٤}{س^2 - ٥س + ٦}$ ، $\frac{س}{س - ٣}$ ، $\frac{س + ٥}{٤س}$ ؟

الحـــــل

$\frac{س - ٤}{س^2 - ٥س + ٦} = \frac{س - ٤}{(س - ٢)(س - ٣)}$

المجال = ح - { ٢ ، ٣ }

$\frac{س}{س - ٣} = \frac{س}{س - ٣}$

المجال = ح - { ٣ }

$\frac{س + ٥}{٤س} = \frac{س + ٥}{٤س}$

المجال = ح - { ٠ }

المجال المشترك = ح - { ٢ ، ٣ ، ٠ }

٣) المجال المشترك للكسرين : $\frac{س}{س^2 - ١}$ ، $\frac{٣}{س^2 + س}$ هو ..................................

٤) المجال المشترك للكسرين : $\frac{٥}{س - ٣}$ ، $\frac{س + ١}{س^2 - ٣س}$ هو ..................................

إختزال (إختصار) الكسر الجبرى : (١) نحلل كلا من البسط والمقام تحليلا كاملا

(٢) نعين مجال الكسر الجبرى قبل الحذف (٣) نحذف العوامل المشتركة بين البسط والمقام

١) أوجد فى أبسط صورة $ن(س) = \frac{س^2 - س - ١٢}{س^2 - ١٦}$ مبينا المجال ؟

الحـــــل

$ن(س) = \frac{س^2 - س - ١٢}{س^2 - ١٦} = \frac{(س + ٣)\cancel{(س - ٤)}}{(س + ٤)\cancel{(س - ٤)}}$

مجال ن = ح - { ٤ ، - ٤ }

$ن(س) = \frac{(س + ٣)}{(س + ٤)}$

٢) إختصر لأبسط صورة : (أ) $د(س) = \frac{س^2 - ١}{س^2 - س}$

الحـــــل

$د(س) = \frac{س^2 - ١}{س^2 - س} = \frac{(س + ١)(س - ١)}{س(س - ١)}$

المجال = ح - { ٠ ، ١ }

$\therefore د(س) = \frac{(س + ١)(س - ١)}{س(س - ١)} = \frac{س + ١}{س}$

(ب) $د(س) = \frac{٢س - ٦}{س^2 - ٥س + ٦}$

$د(س) = \frac{٢س - ٦}{س^2 - ٥س + ٦} = \frac{٢(س - ٣)}{(س - ٢)(س - ٣)}$

المجال = ح - { ٢ ، ٣ }

$\therefore د(س) = \frac{٢(س - ٣)}{(س - ٢)(س - ٣)} = \frac{٢}{س - ٢}$

تساوى كسرين جبريين :يتساوى الكسران الجبريان ن١(س) ، ن٢(س) إذا تحقق الشرطان الآتيان معا:

(١) مجال ن١(س) = مجال ن٢(س)

(٢) إختزال ن١(س) = إختزال ن٢(س)

ملحوظة : إذا كان مجال ن١(س) ≠ مجال ن٢(س) ، إختزال ن١(س) = إختزال ن٢(س)

فإنه يقال أن الكسران ن١(س) ، ن٢(س) فى المجال المشترك ونوجد المجال المشترك

١)بين هل ن١ = ن٢ فيما يلى مع ذكر السبب حيث $\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 + \text{س} - ١٢}{\text{س}^2 + ٥\text{س} + ٤}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 - ٢\text{س} - ٣}{\text{س}^2 + ٢\text{س} + ١}$

الحــــــــــــل

$$\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 + \text{س} - ١٢}{\text{س}^2 + ٥\text{س} + ٤}$$

$$= \dfrac{(\text{س} + ٤)(\text{س} - ٣)}{(\text{س} + ١)(\text{س} + ٤)}$$

مجال ن١ = ح - { - ١ ، - ٤ }

$$\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{(\text{س} - ٣)}{(\text{س} + ١)}$$

$$\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 - ٢\text{س} - ٣}{\text{س}^2 + ٢\text{س} + ١}$$

$$= \dfrac{(\text{س} + ١)(\text{س} - ٣)}{(\text{س} + ١)(\text{س} + ١)}$$

مجال ن٢ = ح - { - ١ }

$$\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{(\text{س} - ٣)}{(\text{س} + ١)}$$

الكسران غير متساويان لأن مجال ن١ ≠ مجال ن٢ ولكنهما يتساويان فى المجال المشترك = ح - { - ١ ، - ٤ }

٢)إذا كان: $\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2}{\text{س}^2 - \text{س}^2}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س}}{\text{س}^4 - \text{س}}$ أثبت أن : ن١ = ن٢

الحــــــــــــل

$$\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2}{\text{س}^2 - \text{س}^2}$$

$$\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2}{\text{س}^2(\text{س} - ١)}$$

مجال ن١ = ح - { ٠ ، ١ }

$$\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{١}{\text{س} - ١}$$

$$\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س}}{\text{س}^4 - \text{س}}$$

$$\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}(\text{س}^2 + \text{س} + ١)}{\text{س}(\text{س}^3 - ١)} = \dfrac{\text{س}(\text{س}^2 + \text{س} + ١)}{\text{س}(\text{س} - ١)(\text{س}^2 + \text{س} + ١)}$$

مجال ن٢ = ح - { ٠ ، ١ }

$$\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{١}{\text{س} - ١}$$

الكسران ن١(س) = ن٢(س) لأن مجال ن١(س) = مجال ن٢(س) ، إختزال ن١(س) = إختزال ن٢(س)

٣) أوجد المجال المشترك الذى تتساوى فيه $\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 + ٣\text{س} + ٢}{\text{س}^2 - ٤}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 - ١}{\text{س}^2 - ٣\text{س} + ٣}$

الحــــــــــــل



العمليات على الكسور الجبرية

أولا الجمع والطرح : (١) رتب الحدود الجبرية لكل مقدار ترتيبا تنازليا حسب أس المتغير

(٢) تحليل مقادير البسط والمقام إن أمكن (٣) إيجاد المجال = ح – مجموعة أصفار المقامات

(٤) إجراء عملية الإختزال بسط ومقام (٥) توحيد المقامات والجمع بال كالأتى $\dfrac{\text{أ}}{\text{ب}} \pm \dfrac{\text{جـ}}{\text{ب}} = \dfrac{\text{أ} \pm \text{جـ}}{\text{ب}}$

$$\dfrac{\text{أ}}{\text{ب}} \quad \dfrac{\text{جـ}}{\text{د}} \quad \dfrac{\text{أ} \times \text{د} \pm \text{جـ} \times \text{ب}}{\text{ب} \times \text{د}}$$

$\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{د(س)}}{\text{هـ(س)}}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{ق(س)}}{\text{هـ(س)}}$ فإن $\text{ن}_1(\text{س}) \pm \text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{د(س)}}{\text{هـ(س)}} \pm \frac{\text{ق(س)}}{\text{هـ(س)}} = \frac{\text{د(س)} \pm \text{ق(س)}}{\text{هـ(س)}}$

$\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{د(س)}}{\text{هـ(س)}}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{ق(س)}}{\text{ر(س)}}$ فإن $\text{ن}_1(\text{س}) \pm \text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{د(س)}}{\text{هـ(س)}} \pm \frac{\text{ق(س)}}{\text{ر(س)}} = \frac{\text{د(س)} \times \text{ر(س)} \pm \text{ق(س)} \times \text{هـ(س)}}{\text{هـ(س)} \times \text{ر(س)}}$

١) أوجد فى أبسط صورة موضحا المجال ن(س) = $\frac{\text{س}^2 - ٣\text{س} + ٢}{\text{س}^2 - ١} + \frac{٣\text{س} - ١٥}{\text{س}^2 - ٤\text{س} - ٥}$

الحـــــــــل

$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^2 - ٣\text{س} + ٢}{\text{س}^2 - ١} + \frac{٣\text{س} - ١٥}{\text{س}^2 - ٤\text{س} - ٥} = \frac{(\cancel{\text{س} - ١})(\text{س} - ٢)}{(\cancel{\text{س} - ١})(\text{س} + ١)} + \frac{٣(\cancel{\text{س} - ٥})}{(\cancel{\text{س} - ٥})(\text{س} + ١)}$

المجال = ح - { ١ ، - ١ ، ٥ }

$\text{ن(س)} = \frac{(\text{س} - ٢)}{(\text{س} + ١)} + \frac{٣}{(\text{س} + ١)} = \frac{\text{س} - ٢ + ٣}{(\text{س} + ١)} = \frac{\text{س} + ١}{(\text{س} + ١)} = ١$

٢) أوجد فى أبسط صورة موضحا المجال ن(س) = $\frac{\text{س}^2 + ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^3 - ٨} + \frac{\text{س}^2 + \text{س} - ٢}{\text{س}^2 - ٤}$

الحـــــــــل

$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^2 + ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^3 - ٨} + \frac{\text{س}^2 + \text{س} - ٢}{\text{س}^2 - ٤} = \frac{\cancel{\text{س}^2 + ٢\text{س} + ٤}}{(\text{س} - ٢)(\cancel{\text{س}^2 + ٢\text{س} + ٤})} + \frac{(\text{س} - ١)(\cancel{\text{س} + ٢})}{(\text{س} - ٢)(\cancel{\text{س} + ٢})}$

المجال = ح - { ٢ ، - ٢ }

$\text{ن(س)} = \frac{١}{(\text{س} - ٢)} + \frac{\text{س} - ١}{(\text{س} - ٢)} = \frac{١ + \text{س} - ١}{(\text{س} - ٢)} = \frac{\text{س}}{(\text{س} - ٢)}$

٣) أوجد فى أبسط صورة موضحا المجال ن(س) = $\frac{\text{س}^2 + ٢\text{س}}{\text{س}^2 - ٤} + \frac{٢\text{س} + ٦}{\text{س}^2 + ٥\text{س} + ٦}$

الحـــــــــل

$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^2 + ٢\text{س}}{\text{س}^2 - ٤} + \frac{٢\text{س} + ٦}{\text{س}^2 + ٥\text{س} + ٦} = \frac{\text{س}(\cancel{\text{س} + ٢})}{(\cancel{\text{س} + ٢})(\text{س} - ٢)} + \frac{٢(\cancel{\text{س} + ٣})}{(\cancel{\text{س} + ٣})(\text{س} + ٢)}$

المجال = ح - { - ٢ ، ٢ ، - ٣ }

$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}}{(\text{س} - ٢)} + \frac{٢}{(\text{س} + ٢)} = \frac{\text{س}(\text{س} + ٢) + ٢(\text{س} - ٢)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)} = \frac{\text{س}^2 + ٢\text{س} + ٢\text{س} - ٤}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}$ = ١

$= \frac{\text{س}^2 + ٤\text{س} - ٤}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)} = \frac{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)} = ١$

٤) أوجد فى أبسط صورة موضحا المجال ن(س) = $\frac{\text{س}^2 - ٨\text{س} + ١٢}{\text{س}^2 - ٤\text{س} + ٤} + \frac{\text{س}^2 - ٤\text{س} - ٥}{\text{س}^2 - ٧\text{س} + ١٠}$

الحـــــــــل

$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^2 - ٨\text{س} + ١٢}{\text{س}^2 - ٤\text{س} + ٤} + \frac{\text{س}^2 - ٤\text{س} - ٥}{\text{س}^2 - ٧\text{س} + ١٠} = \frac{(\cancel{\text{س} - ٢})(\text{س} - ٦)}{(\cancel{\text{س} - ٢})(\text{س} - ٢)} + \frac{(\cancel{\text{س} - ٥})(\text{س} + ١)}{(\cancel{\text{س} - ٥})(\text{س} - ٢)}$

المجال = ح - { ٢ ، - ٢ ، ٥ }

$\text{ن(س)} = \frac{(\text{س} - ٦)}{(\text{س} - ٢)} + \frac{(\text{س} + ١)}{(\text{س} - ٢)} = \frac{\text{س} - ٦ + \text{س} + ١}{(\text{س} - ٢)} = \frac{٢\text{س} + ٥}{(\text{س} - ٢)}$

٥) أوجد فى أبسط صورة موضحا المجال ن(س) = $\frac{\text{س}^2 - \text{س}}{\text{س}^2 - ٤\text{س} + ٣} - \frac{٣\text{س}^2 + ٩\text{س} + ٢٧}{\text{س}^3 - ٢٧}$

الحـــــــــل

$ن(س) = \frac{س^٢ - س}{س^٢ - ٤س + ٣} - \frac{٣س^٢ + ٩س + ٢٧}{س^٣ - ٢٧} = \frac{س\cancel{(س - ١)}}{(س - ٣)\cancel{(س - ١)}} - \frac{٣\cancel{(س^٢ + ٣س + ٩)}}{(س - ٣)\cancel{(س^٢ + ٣س + ٩)}}$

المجال = ح - { ٣ ، ١ }

$ن(س) = \frac{س}{(س - ٣)} - \frac{٣}{(س - ٣)} = \frac{س - ٣}{(س - ٣)} = ١$



## ثانيا الضرب والقسمة: الخطوات :

١) تحليل كلا من البسط والمقام إن أمكن ٢) إيجاد المجال

٣) إجراء عملية الإختزال ٤) إجراء الضرب او القسمة

$\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ى} = \frac{أجـ}{بى}$ ، $\Longleftarrow \frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٢} = \frac{١٥}{٨}$

$\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{ى} = \frac{ب}{أ} \times \frac{جـ}{ى} = \frac{ب جـ}{أى} \Longleftarrow \frac{٣}{٤} \div \frac{٥}{٢} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٥} = \frac{٦}{٢٠}$

### المعكوس الضربى للكسر الجبرى:

١) إذا كان $ن(س) = \frac{و(س)}{هـ(س)}$ فإن المعكوس الضربى للكسر الجبرى هو $ن^{-١}(س) = \frac{هـ(س)}{و(س)}$

وفى هذه الحالة مجال الكسر الجبرى = ح - { أصفار البسط والمقام }

**مثال ١ :** إذا كان $ى(س) = \frac{س - ٢}{س - ٣}$

١) أوجد مجال الكسر الجبرى حتى يكون له معكوس ضربى

٢) أوجد $ى^{-١}(س)$

٣) أوجد قيمة س إذا كان $ى^{-١}(س) = ٢$

الحل

١) المجال = ح - { ٢ ، ٣ }

٢) $ى^{-١}(س) = \frac{س - ٣}{س - ٢}$

٣) إذا كان $ى^{-١}(س) = ٢ \Longleftarrow \frac{س - ٣}{س - ٢} = ٢$

$س - ٣ = ٢س - ٤ \Longleftarrow س - ٢س = -٤ + ٣$

$- س = - ١ \Longleftarrow س = ١$

٢) $ن(س) = \frac{س^٢ - ١}{س^٢ + ٣س + ٢} \div \frac{س^٢ - س}{س^٢ + ٢س}$

الحل

$ن(س) = \frac{(س + ١)(س - ١)}{(س + ١)(س + ٢)} \div \frac{س(س - ١)}{س(س + ٢)}$

المجال = ح - { -١ ، -٢ ، ٠ ، ١ }

$ن(س) = \frac{(س + ١)(س - ١)}{(س + ١)(س + ٢)} \times \frac{س(س + ٢)}{س(س - ١)} = ١$

أ / جلال عبد المنعم : ٠١١٤٤٣٥٥١٨٠

**مثال ٢ :** أختصر لأبسط صورة كلا مما يأتى

١) $ن(س) = \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ + س - ٦} \times \frac{س + ٣}{س^٢ + ٢س + ٤}$

الحل

$ن(س) = \frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)}{(س - ٢)(س + ٣)} \times \frac{س + ٣}{س^٢ + ٢س + ٤}$

المجال = ح - { ٢ ، -٣ }

$ن(س) = \frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)}{(س - ٢)(س + ٣)} \times \frac{س + ٣}{س^٢ + ٢س + ٤} = ١$

٣) $ن(س) = \frac{س - ١}{س^٢ - ١} \div \frac{س^٢ - ٥س}{س^٢ - ٤س - ٥}$

الحل

$ن(س) = \frac{س - ١}{(س + ١)(س - ١)} \div \frac{س(س - ٥)}{(س + ١)(س - ٥)}$

المجال = ح - { -١ ، ١ ، ٥ ، ٠ }

$ن(س) = \frac{س - ١}{(س + ١)(س - ١)} \times \frac{(س + ١)(س - ٥)}{س(س - ٥)} = \frac{١}{س}$

٤) $ن(س) = \frac{س}{س - ٢} \div \frac{س + ٣}{س^٢ - س - ٢}$

الحل

$ن(س) = \frac{س}{س - ٢} \div \frac{س + ٣}{(س + ١)(س - ٢)}$

المجال = ح - { ٢ ، -١ ، -٣ }

$\therefore ن(س) = \frac{س}{س - ٢} \times \frac{(س + ١)(س - ٢)}{س + ٣} = \frac{س(س + ١)}{س + ٣}$

٥) $\text{ق(س)} = \frac{\text{س}^٢ - ٣\text{س}}{\text{س}^٢ - ٩} \div \frac{٢\text{س}}{\text{س} + ٣}$

الحل

$\text{ق(س)} = \frac{\text{س}(\text{س} - ٣)}{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣)} \div \frac{٢\text{س}}{\text{س} + ٣}$

المجال = ح − { −٣ ، ٣ ، ٠ }

$\text{ق(س)} = \frac{\text{س}(\text{س} - ٣)}{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣)} \times \frac{\text{س} + ٣}{٢\text{س}} = \frac{١}{٢}$

٦) $\text{ق(س)} = \frac{\text{س}^٣ - ٨}{\text{س}^٣ - ٧\text{س}^٢ + ١٠\text{س}} \div \frac{\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤}{٣\text{س}^٢ - ١٥\text{س}}$

الحل

$\text{ق(س)} = \frac{\text{س}^٣ - ٨}{\text{س}^٣ - ٧\text{س}^٢ + ١٠\text{س}} \div \frac{\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤}{٣\text{س}^٢ - ١٥\text{س}}$

$= \frac{(\text{س} - ٢)(\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤)}{\text{س}(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٥)} \div \frac{\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤}{٣\text{س}(\text{س} - ٥)}$

... $= ٣$

١) أوجد فى أبسط صورة موضحا المجال $\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^٢ - ٢\text{س} - ١٥}{\text{س}^٢ + ٣\text{س} + ٩} \times \frac{\text{س}^٣ - ٢٧}{\text{س}^٢ - ٩}$

الحـــــــــــــــــــل

$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^٢ - ٢\text{س} - ١٥}{\text{س}^٢ + ٣\text{س} + ٩} \times \frac{\text{س}^٣ - ٢٧}{\text{س}^٢ - ٩} = \frac{(\text{س} - ٥)\cancel{(\text{س} + ٣)}}{\text{س}^٢ + ٣\text{س} + ٩} \times \frac{\cancel{(\text{س} - ٣)}(\text{س}^٢ + ٣\text{س} + ٩)}{\cancel{(\text{س} - ٣)}\cancel{(\text{س} + ٣)}}$

المجال = ح − { −٣ ، ٣ }

$\text{ن(س)} = \frac{\text{س} - ٥}{١} \times \frac{١}{١} = \frac{\text{س} - ٥}{١} = \text{س} - ٥$

## الإحتمال

التجربة العشوائية :هى تجربة يمكن معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها ، ولكن لا يمكن تحديد الناتج الذى سيحدث فعلاً إلا بعد إجرائها .

فضاء العينة " ف " : هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية .

أمثلة لتجارب عشوائية و فضاء العينة لكل منها و عدد عناصرها :

| التجربة العشوائية | النتائج الممكنة ف= | عدد العناصر ن(ف)= |
|---|---|---|
| إلقاء قطعة نقود مرة واحدة | {صورة ، كتابة} | ٢ |
| نوع المولود لأسرة ( دون وجود توأم ) | {ولد ، بنت} | ٢ |
| إلقاء حجر نرد مرة واحد و ملاحظة عدد النقاط على الوجه العلوى | {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} | ٦ |
| تكوين عدد مكون من الرقمين ١ ، ٣ | {١١ ، ١٣ ، ٣١ ، ٣٣} | ٤ |
| نتيجة مباراة كرة قدم | {فوز ، تعادل ، خسارة} | ٣ |

أنواع الأحداث : الحدث المستحيل : هو الحدث الذى لا يمكن وقوعه و يعبر عنه بالرمز ∅ ، ل ( ∅ ) = صفر

الحدث المؤكد : هو الحدث الذى له كل النواتج الممكنة و يعبر عنه بالرمز ف ، ل ( ف ) = ١

الحدث الممكن : هو بعض النواتج الممكنة للتجربة و يعبر عنه بالرمز مثلاً (أ أو ب أو جـ أو ... )

ملاحظات :* أى حدث أ ⊂ ف ، و إحتمال حدوثه = كسراً أى أن : ٠ ≤ ل (أ) ≤ ١ أو ل (أ) ∈ [٠ ، ١]

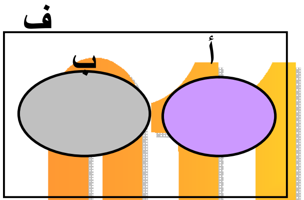
* يمكن كتابة الإحتمال فى صورة كسر إعتيادى أو كسر عشرى أو نسبة مئوية كما يلى :

| مؤكد الحدوث | غالباً | أحياناً | نادراً | مستحيل الحدوث |
|---|---|---|---|---|
| ١ | $\frac{٣}{٤}$ | $\frac{١}{٢}$ | $\frac{١}{٤}$ | ٠ |
| ٪ ١٠٠ | ٪ ٧٥ | ٪ ٥٠ | ٪ ٢٥ | ٪ ٠ |

إحتمال وقوع حدث أ يعطى من القانون : ل (أ) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$ = $\frac{ن\,(أ)}{ن\,(ف)}$

حيث : ل (أ) إحتمال وقوع الحدث أ ، ن (أ) عدد عناصر الحدث أ ، ن ( ف ) عدد عناصر فضاء العينة ف

الحدثان المتنافيان :

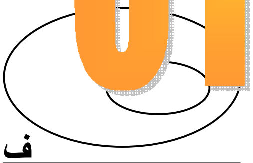



يقال لحدثين أ ، ب أنهما متنافيان إذا كان وقوع أحدهما ينفى( يمنع )وقوع الآخر

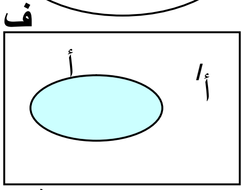
ويكون ( أ ∩ ب = ø ) ، ل(أ ∩ ب) = صفر .

* إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ، أ ⊂ ب فإن أ ∩ ب = أ ⟵ ل(أ ∩ ب) = ل( أ )

أ ∪ ب = ب ⟵ ل(أ ∪ ب) = ل( ب ) ، أ - ب = ø ⟵ ل( أ - ب ) = ل(ø) = صفر .



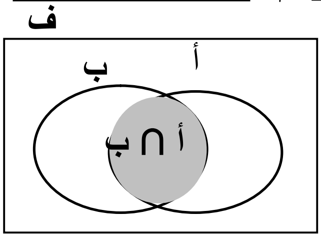
**الحدث المكمل** :الحدث المكمل للحدث أ هو أ/ ( حدث عدم وقوع أ )




حيث : أ ∩ أ/ = ø ، أ ∪ أ/ = ف (الحدث و الحدث المكمل له هما حدثان متنافيان)

ل( أ/ ) = $\frac{ن\,(أ^{/})}{ن\,(ف)}$ ، ل( أ ) + ل( أ/ ) = ١ ، ل (أ ∩ أ/) = صفر ، ل(أ ∪ أ/) = ١

**التقاطع** :إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ( ف )

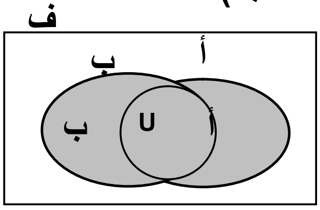



فإن أ ∩ ب هو (حدث وقوع أ و ب) أو (حدث وقوعهما معاً)

ل (أ∩ ب) = $\frac{ن\,(أ∩ب)}{ن\,(ف)}$ ، ل (أ∩ ب)= ل ( أ ) + ل ( ب ) – ل ( أ ∪ ب )

إحتمال (عدم حدث وقوع أ و ب) أو (عدم حدث وقوعهما معاً) هو ل ( أ ∩ ب )/ = ١ - ل ( أ ∩ ب )

**الإتحاد** :إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ( ف )

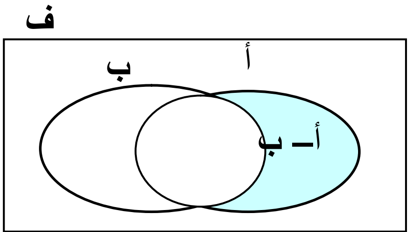



فإن أ ∪ ب هو( حدث وقوع أ أو ب أو كلاهما) أو(حدث وقوع أحدهما على الأقل)

ل ( أ ∪ ب ) = $\frac{ن\,(أ∪ب)}{ن\,(ف)}$ ، ل ( أ ∪ ب ) = ل ( أ ) + ل ( ب ) – ل ( أ ∩ ب )

إحتمال (عدم وقوع أحد الحدثين أ أو ب أو كلاهما) أو (عدم وقوع أحدهما على الأقل) هو ل (أ ∪ ب)/ = ١ - ل ( أ ∪ ب )

**الفرق بين حدثين** : إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ( ف )

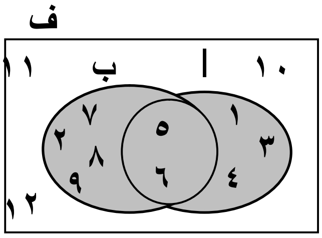



فإن أ – ب هو (حدث وقوع أ فقط ) أو (حدث وقوع أ و عدم وقوع ب)

ل ( أ - ب ) = $\frac{ن\,(أ-ب)}{ن\,(ف)}$ ، ل ( أ - ب ) = ل ( أ ) – ل ( أ ∩ ب )

إحتمال (وقوع أحد الحدثين فقط ) أو( وقوع أحد الحدثين دون الآخر ) هو ل ( أ – ب) + ل ( ب – أ )

**السؤال الأول** : من الشكل المقابل أحسب إحتمال :




[١] ل ( أ ) [٢] ل ( ب )

[٣] ل ( ا ∩ ب ) وهو حدث وقوع ا و ب معاً

[٤] ل ( ا ∪ ب ) حدث وقوع أ أو ب ، أو كلاهما أى حدث وقوع أحدهما على الأقل

[٥] ل ( أ – ب) حدث وقوع أ وعدم وقوع ب أى حدث وقوع أ فقط

[٦] ل (ب – أ ) حدث وقوع ب وعدم وقوع أ أى حدث وقوع ب فقط

[٧] ل( أ/ ) حدث عدم وقوع أ [٨] ل( ب/ ) حدث عدم وقوع ب

[٩] إحتمال عدم وقوع الحدثين أ و ب معاً ل ( أ ∩ ب )/

[١٠] إحتمال عدم وقوع أحد الحدثين أ أو ب على الأقل . إحتمال عدم وقوع كلاهما ل ( أ ∪ ب )/

[١١] إحتمال وقوع أحد الحدثين فقط . إحتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر ل ( أ – ب) + ل (ب – أ )



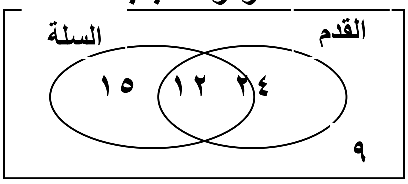
السؤال الثانى: إذا كان أ ، ب حدثين من ف ، ل( أ ) = ٠,٦ ، ل( ب ) = ٠,٧ ، ل( ا ∩ ب ) = ٠,٤ أوجد :

ل ( أ ∪ ب) ، ل ( أ – ب)

ل( أ/ ) ، ل( ب/ )

السؤال الثالث: أشترك ٦٠ شاباً فى احد مراكز الشباب فى الأنشطة الرياضية منهم ٣٦ شاباً فى فريق كرة القدم ، ٢٧ شاباً فى فريق كرة السلة ، ١٢ شاباً فى الفريقين معاً ، أختير شاب من هذا المركز عشوائياً مثل ذلك بشكل فن ثم أوجد احتمال أن يكون الشاب المختار :

مركز الشباب




[١]مشترك فى فريق كرة القدم فقط

[٢]مشترك فى فريق واحد على الأقل من الفريقين

[٣]غير مشترك فى أى من الفرق السابقة

السؤال الرابع: أكمل ما يلى :

[١]إذا كان : أ ، ب حدثان متنافيان فإن : ل ( أ ∩ ب) = ......... ، ل ( أ – ب)= .......... ، ل (ب – أ ) = .........

[٢]إذا كان : إحتمال وقوع الحدث أ هو ٤٠ ٪ فإن إحتمال عدم وقوعه = ..............

[٣]إذا كان : ل ( أ ) = ل( أ/ ) فإن : ل( أ ) = ............................

[٤]إذا كان : أ ⊂ ب فإن : ل ( أ ∪ ب) = ......... ، ل ( أ ∩ ب) = ......... ، ل ( أ - ب) = .........

[٥]إذا كان : أ ، ب حدثان متنافيان ، و كان ل( أ ) = ٠,٣ ، ل ( ا ∪ ب) = ٠,٧ فإن ل ( ب ) = ................

[٦]إذا كان : أ ، ب حدثين من ف ، و كان ل( أ ) = ٠,٨ ، ل ( أ – ب) = ٠,٣ فإن ل ( ا ∩ ب ) = ............

السؤال الخامس: صندوق يحتوى على ١٠ كرات منها ٣ كرات حمراء و ٦ كرات صفراء و كرة واحدة زرقاء . وتم سحب كرة واحدة عشوائياً . احسب إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة : ١)حمراء ٢)زرقاء

٣)ليست صفراء ٤)سوداء ٥)ليست سوداء ٦)صفراء أو زرقاء

السؤال السادس: مجموعة بطاقات مرقمة من ٣ الى ٢٠ وتم سحب بطاقة واحدة عشوائياً احسب احتمال الأحداث الآتية

١)الحدث أ تحمل البطاقة المسحوبة عدداً أولياً ٢)الحدث ب تحمل عدداً يقبل القسمة على ٥

٣)وقوع الحدث أ و الحدث ب ٤)وقوع الحدث أ أو الحدث ب